Umsetzung der prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen

Die Aufbereitung der mathematischen Themen ist so konzipiert, dass mit den inhaltsbezogenen Kompetenzen zu mathematischen Inhalten der Erwerb vielfältiger prozessbezogener Kompetenzen verknüpft ist, die sich auf den Lernprozess beziehen und über das Lernen von Mathematik hinausgehen. Eine umfassende mathematische Grundbildung wird durch das Zusammenspiel dieser beiden Typen von Kompetenzen angestrebt.

Die Kompetenzen sind so formuliert, dass sie, wie im Bildungsplan vorgesehen, eine Differenzierung nach Anforderungsbereichen zulassen.

Im Bildungsplan 2016 sind sowohl die prozessbezogenen als auch die Leitideen und somit die inhaltsbezogenen Kompetenzen in jeweils fünf Bereiche gegliedert. Diese fünf Bereiche sind getrennt nach prozessbezogenen Kompetenzen und Leitideen durchnummeriert; innerhalb eines jeden Bereiches werden die Kompetenzen aufgelistet und ebenfalls durchnummeriert. Diese Nummerierung ist hier beim Schulcurriculum bewusst weggelassen, um die Übersichtlichkeit nicht zu beeinträchtigen. Es ist gewährleistet, dass alle im Bildungsplan 2016 geforderten Kompetenzen im Schulcurriculum an geeigneter Stelle platziert sind. Verbindliche Fachbegriffe sind in den Kompetenzformulierungen kursiv geschrieben.

<u>Hinweis:</u>

Der Mathematikunterricht aller Klassenstufen ist stets durch eine umfassende Kommunikation geprägt. Die Schülerinnen und Schüler werden dazu angehalten, eigene Überlegungen anzustellen, selbstständig Problembearbeitungen durchzuführen und ihre Erkenntnisse bzw. Lösungswege sowohl schriftlich zu dokumentieren als auch mündlich darzulegen. Dabei wird Wert auf die Verwendung geeigneter Fachbegriffe und der Fachsprache gelegt.

Dementsprechend verzichten wir auf eine separate Ausweisung der prozessbezogenen Kompetenzen im Bereich der Kommunikation.

1. Funktionaler Zusammenhang – mit Funktionen umgehen (Teil I) *(ca. 28 Std.)*

„Die Schülerinnen und Schüler lernen neue Funktionstypen (Potenzfunktionen) kennen und untersuchen diese auf charakteristische Eigenschaften. Sie vertiefen ihr Wissen über die Wirkung von Parametern auf Graphen. Sie beantworten inner- und außermathematische Fragestellungen mithilfe von Funktionen quantitativ. Die Bearbeitung von komplexen, realitätsnahen Fragestellungen fördert daher eine zunehmende Funktionenkompetenz.
Inhaltliche Überlegungen, systematisches Ausprobieren und elektronische Hilfsmittel kommen bei Problemlösungsprozessen ebenso zu Einsatz wie kalkülhafte und algorithmische Verfahren.“

Die Schülerinnen und Schüler können …

Unterrichtseinheit mit inhaltsbezogenen Kompetenzen	Bezüge zu prozessorientierten Kompetenzen und Leitperspektiven
… mit Potenzen umgehen • Wh. Grundbegriffe bei Potenzen und Potenzen mit natürlichem Exponenten • Zahlen in der *Normdarstellung* angeben (3.3.1 (1)). • Potenzen mit *rationalem Exponenten* als Wurzel oder Bruchausdrücke deuten und zwischen den Darstellungsformen wechseln (3.3.1 (2)). • die Rechengesetze für das *Multiplizieren, Dividieren* und *Potenzieren* von Potenzen begründen und anwenden (3.3.1 (3)). • Zusammenhang potenzieren und Wurzelziehen • n-te Wurzel **… mit Funktionen umgehen** • Wh. Funktion (lineare Funktion, quadratische Funktion, Begriffe Stelle und Funktionswert an der Stelle) • Charakteristische Eigenschaften (Verlauf, Monotonie, Symmetrie, Definitions- und Wertebereich, Asymptote)	… mathematische Verfahren und ihre Vorgehensweisen erläutern und begründen (2.1 (8)). … ausgehend von einer Begründungsbasis durch zulässige Schlussfolgerungen eine mehrschrittige Argumentationskette aufbauen (2.1 (12)).

• die *Graphen* der Potenzfunktionen f mit $f(x) = x^n, n \in \mathbb{N}$ und $f(x) = x^k$ $(k = -1, -2)$ unter Verwendung charakteristischer Eigenschaften skizzieren (3.3.4 (1)). • die Wirkung von *Parametern* in Funktionstermen von *Potenzfunktionen* auf den Graphen abbildungsgeometrisch als *Streckung, Spiegelung, Verschiebungen* deuten (3.3.4 (5)). • anhand einer Betrachtung der *Graphen* von f mit $f(x) = x^2$ und der *Wurzelfunktion* g mit $g(x) = \sqrt{x}$ den Funktionsbegriff und dabei auch die Begriffe *Definitionsmenge und Wertemenge* erläutern (3.3.4 (2)).	… wesentliche Informationen entnehmen und strukturieren (2.3 (1)). … ergänzende Informationen beschaffen und dazu Informationsquellen nutzen (2.3(2)). … die Ergebnisse aus einer mathematischen Modellierung in die Realität übertragen (2.3 (10)). … die aus dem mathematischen Modell gewonnene Lösung in der jeweiligen Realsituation überprüfen (2.3 (11)). … die aus dem mathematischen Modell gewonnene Lösungen bewerten und gegebenenfalls Überlegungen zur Verbesserung der Modellierung anstellen (2.3 (12)).
… Gleichungen lösen • *Potenzgleichungen* lösen (3.3.1 (5)). • Wurzelgleichungen lösen, bei denen einmaliges Quadrieren zielführend ist (3.3.1 (4)).	… mit formalen Rechenstrategien (u.a. Äquivalenzumformungen von Gleichungen) Probleme auf algebraischer Ebene bearbeiten (2.2 (7)).

2. Raum und Form (Teil I) - Zusammenhänge beweisen und mit trigonometrischen Beziehungen arbeiten

(ca. 28 Std.)

„Die Schülerinnen und Schüler nutzen neben bekannten Sätzen auch die Ähnlichkeit ebener Figuren zur Begründung geometrischer Zusammenhänge und trigonometrischer Beziehungen sowie für Berechnungen in ebenen und räumlichen Objekten. In geometrischen Zusammenhängen setzen sie sich erneut mit der Umkehrung von Sätzen auseinander.“

Die Schülerinnen und Schüler können …

Unterrichtseinheit mit inhaltsbezogenen Kompetenzen	Bezüge zu prozessorientierten Kompetenzen und Leitperspektiven
… geometrische Zusammenhänge beweisen und mit trigonometrischen Beziehungen arbeiten • zwei gegebene Figuren mithilfe der jeweiligen Definition auf *Ähnlichkeit* und *Kongruenz* untersuchen (3.3.3 (2)). • Wh. Grundkenntnisse am Dreieck • *Dreiecke* mithilfe ausgewählter *Ähnlichkeitssätze* (Übereinstimmung in den *Längenverhältnissen* aller Seiten, Übereinstimmung in zwei *Winkelweiten*) auf *Ähnlichkeit* prüfen (3.3.3 (3)). • Satz des Pythagoras samt Beweis(e) • Geometrische Zusammenhänge unter Verwendung bereits bekannter Sätze sowie mithilfe von Ähnlichkeitsbeziehungen und *Kongruenzsätzen* erschließen, begründen und beweisen, und Größen berechnen (3.3.3 (5)). • unter Nutzung des *Satzes des Pythagoras Streckenlängen* berechnen bzw. mithilfe des *Kehr-satzes* auf *Orthogonalität* schließen (3.3.3 (4)) (in der Ebene und im Raum). • Einführung Sinus, Kosinus, Tangens • *Streckenlängen* und *Winkelweiten* unter Nutzung der Längenverhältnisse *Sinus, Kosinus, Tangens* bestimmen (3.3.3 (6)).	… in mathematischen Zusammenhängen Vermutungen entwickeln und als mathematische Aussage formulieren (2.1 (1)). … eine Vermutung anhand von Beispielen auf ihre Plausibilität prüfen oder anhand eines Gegenbeispiels widerlegen (2.1 (2)). … mathematische Verfahren und ihre Vorgehensweisen erläutern und begründen (2.1 (8)). … beim Erläutern und Begründen unterschiedliche Darstellungsformen verwenden (verbal, zeichnerisch, tabellarisch, formalisiert) (2.1 (9)). … das Problem mit eigenen Worten beschreiben (2.2 (1)). … Informationen aus den gegebenen Texten, Bildern und Diagrammen entnehmen und auf ihre Bedeutung für die Problemlösung bewerten (2.2 (2)). … durch Verwendung verschiedener Darstellungsformen (informative Figur, verbale Beschreibung, Tabelle, Graph, symbolische Darstellung, Koordinaten) das Problem durchdringen oder umformulieren (2.2 (3)). …das Problem durch zerlegen in Teilprobleme oder das Einführen von Hilfsgrößen oder Hilfslinien vereinfachen (2.2 (6)). … durch Vorwärts- oder Rückwärtsarbeiten Lösungsschritte finden (2.2 (9)). … Zusammenhänge zwischen unterschiedlichen Teilgebieten der Mathematik zum Lösen nutzen

• die Beziehungen $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$, $\sin(90° - \alpha) = \cos(\alpha)$, $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$ herleiten (3.3.3 (7)). • <u>Puffer:</u> Sinus-, Kosinussatz	(2.2 (12)). … wesentliche Informationen entnehmen und strukturieren (2.3 (1)). … relevante Größen und ihre Beziehungen identifizieren (2.3 (4)). … beim Erläutern und Begründen unterschiedliche Darstellungsformen verwenden (verbal, zeichnerisch, tabellarisch, formalisiert) (2.1 (9)). … Beweise nachvollziehen und wiedergeben (2.1 (10)).

3. Funktionaler Zusammenhang – Wachstumsprozesse *(ca. 28 Std.)*

„Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Fähigkeiten im Umgang mit Potenzen. Sie lösen einfache Exponentialgleichungen. Sie beantworten Fragestellungen im Zusammenhang mit exponentiellen Wachstumsvorgängen, auch unter Verwendung elektronischer Hilfsmittel.
Die Schülerinnen und Schüler lernen neue Funktionstypen (Exponentialfunktionen) kennen und untersuchen diese auf charakteristische Eigenschaften. Sie vertiefen ihr Wissen über die Wirkung von Parametern auf Graphen. Sie beantworten inner- und außermathematische Fragestellungen mithilfe von Funktionen quantitativ. Die Bearbeitung von komplexen, realitätsnahen Fragestellungen fördert daher eine zunehmende Funktionenkompetenz.“

Die Schülerinnen und Schüler können …

Unterrichtseinheit mit inhaltsbezogenen Kompetenzen	Bezüge zu prozessorientierten Kompetenzen und Leitperspektiven
• zwischen linearem und exponentiellem Wachstum unterscheiden	
… Exponentielles Wachstum anwenden • die Begriffe *Zinssatz, Anfangskapital, Endkapital, Laufzeit* und *Zinseszins* erläutern (3.3.1 (10)). • die Formel $K_n = K_0 \cdot q^n$ unter dem Aspekt des exponentiellen Wachstums für die Berechnung aller Größen anwenden und begründen (3.3.1 (11)).	… bei mathematischen Beweisen die Argumentation auf die zugrunde liegende Begründungsbasis zurückführen (2.1 (11)). … wesentliche Informationen entnehmen und strukturieren (2.3 (1)). … ergänzende Informationen beschaffen und dazu Informationsquellen nutzen (2.3 (2)).
… mit Funktionen umgehen • Wachstumsvorgänge mithilfe von *Exponentialfunktionen* beschreiben (3.3.4 (4)). • Charakteristische Eigenschaften der Exponentialfunktion (Verlauf, charakteristische Punkte Monotonie, Asymptoten) • die Graphen der Exponentialfunktionen f mit $f(x) = c \cdot a^x + d$ unter Verwendung charakteristischer Eigenschaften skizzieren (3.3.4 (3)). • die Wirkung von *Parametern* in Funktionstermen von *Exponentialfunktionen* auf deren Graphen abbildungsgeometrisch als *Streckung, Spiegelung, Verschiebungen* deuten (3.3.4 (5)). • die Bedeutung von *Halbwertszeit* und *Verdopplungszeit* erläutern (3.3.4 (4)).	… die Ergebnisse aus einer mathematischen Modellierung in die Realität übertragen (2.3 (10)). … die aus dem mathematischen Modell gewonnene Lösung in der jeweiligen Realsituation überprüfen (2.3 (11)). … die aus dem mathematischen Modell gewonnene Lösungen bewerten und gegebenenfalls Überlegungen zur Verbesserung der Modellierung anstellen (2.3 (12)).
… Gleichungen lösen • erklären, was der Logarithmus ist. • die Logarithmusgesetze anwenden. • *Exponentialgleichungen* unter anderem im Zusammen-	… mit formalen Rechenstrategien (u.a. Äquivalenzumformungen von Gleichungen) Probleme auf algebraischer Ebene bearbeiten (2.2 (7)).

hang mit Wachstumsprozessen lösen (3.3.1 (6)). • den *Logarithmus* einer Zahl als Lösung einer *Exponentialgleichung* verwenden (3.3.1 (7)). • <u>Puffer:</u> Beschränktes Wachstum beispielgebunden erläutern.	

4. Daten und Zufall – Wahrscheinlichkeiten verstehen und mit Wahrscheinlichkeiten rechnen *(ca. 20 Std.)*

„Die Schülerinnen und Schüler gehen sicher mit Vierfeldertafeln um, berechnen mit deren Hilfe Wahrscheinlichkeiten und untersuchen Zusammenhänge zwischen Ereignissen."

Die Schülerinnen und Schüler können …

Unterrichtseinheit mit inhaltsbezogenen Kompetenzen	Bezüge zu prozessorientierten Kompetenzen und Leitperspektiven
… Wahrscheinlichkeiten verstehen und mit Wahrscheinlichkeiten rechnen • Wh. Zufall und Wahrscheinlichkeit (Zufallsexperiment, Wahrscheinlichkeit, Ergebnis, Ereignis, Laplace-Experiment, Gegenereignis, mehrstufige Zufallsexperimente (Baumdiagramm), Produkt- und Summenregel) • den Begriff *bedingte Wahrscheinlichkeit* anhand eines Beispiels erläutern (3.3.5 (1)). • *Vierfeldertafeln* erstellen und verwenden, auch zur Berechnung von *bedingten Wahrscheinlichkeiten* (3.3.5 (2)). • Ereignisse auf *stochastische Unabhängigkeit* untersuchen (3.3.5 (3)). • *Ereignisse* mithilfe von *Zufallsgrößen* beschreiben (3.3.5 (4)). • *die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße* angeben und im Sachzusammenhang interpretieren (3.3.5 (5)). • den *Erwartungswert* einer *Zufallsgröße* bei gegebener *Wahrscheinlichkeitsverteilung* berechnen und im Sachkontext erläutern (3.3.5 (6)).	… zwischen verschiedenen mathematischen Darstellungen wechseln (2.4 (3)). … zwischen natürlicher Sprache und symbolisch-formaler Sprache der Mathematik wechseln (2.4 (1)).

5. Raum und Form (Teil II) – Größen bei Figuren und Körpern darstellen und berechnen *(ca. 20 Std.)*

„Die Schülerinnen und Schüler begründen und erläutern Formeln für Oberfläche und Volumen, auch durch Plausibilitätsbetrachtungen sowie mithilfe der Idee des Satzes von Cavalieri. Grundlegende Formeln zur Berechnung von Flächen- und Rauminhalten kennen sie. Sie bestimmen Umfang und Flächeninhalt von Kreisfiguren und berechnen den Oberflächen- und Rauminhalt von Körpern.
Im Zusammenhang mit Berechnungen an Körpern arbeiten die Schülerinnen und Schüler mit Schrägbildern und Netzen.“

Die Schülerinnen und Schüler können …

Unterrichtseinheit mit inhaltsbezogenen Kompetenzen	Bezüge zu prozessorientierten Kompetenzen und Leitperspektiven
… Körper zeichnerisch darstellen • *Schrägbilder* und *Netze (von Prismen, Pyramiden, Zylindern und Kegeln*) skizzieren und die Darstellungsformen ineinander überführen (3.3.3 (1)).	… zwischen verschiedenen mathematischen Darstellungen wechseln (2.4 (3)).
… Größen bei Figuren und Körpern berechnen • erklären, wie *Flächeninhalt* und *Umfang* eines *Kreises* mithilfe eines Grenzprozesses bestimmt werden (3.3.2 (1)).	… mathematische Verfahren und ihre Vorgehensweisen erläutern und begründen (2.1 (8)). … beim Erläutern und Begründen unterschiedliche Darstellungsformen verwenden (verbal, zeichnerisch, tabellarisch, formalisiert) (2.1 (9)). … Beweise nachvollziehen und wiedergeben (2.1 (10)).
• die *Länge* von *Kreisbögen* und den *Flächeninhalt* von *Kreisausschnitten* bestimmen (3.3.2 (3)). • die Formeln zur Berechnung von Mantelflächeninhalten (*Kegel, Zylinder*) herleiten (3.3.2 (4)). • die Formeln für das *Volumen* von *Pyramide, Kegel* und *Kugel* durch Plausibilitätsbetrachtung erläutern (3.3.2 (5)). • den *Oberflächeninhalt* und das *Volumen* von *Prisma, Pyramide, Zylinder, Kegel und Kugel* berechnen (3.3.2 (7)). • die Formel für das *Volumen* eines *schiefen Körpers* mit der Idee des *Satzes von Cavalieri* anschaulich erklären (3.3.2 (6)). • *Oberflächeninhalte* und *Volumina* bei zusammengesetzten *Körpern* bestimmen (3.3.2 (8)).	… durch Verwendung verschiedener Darstellungsformen (informative Figur, verbale Beschreibung, Tabelle, Graph, symbolische Darstellung, Koordinaten) das Problem durchdringen oder umformulieren (2.2 (3)). …das Problem durch zerlegen in Teilprobleme oder das Einführen von Hilfsgrößen oder Hilfslinien vereinfachen (2.2 (6)). … Ergebnisse, auch Zwischenergebnisse, aus Plausibilität oder an Beispielen prüfen (2.2 (13)). … wesentliche Informationen entnehmen und strukturieren (2.3 (1)). …relevante Größen und ihre Beziehungen identifizieren (2.3 (4)). … die Beziehungen zwischen diesen Größen mithilfe von Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Figuren, Diagrammen, Tabellen oder Zufallsversuchen beschreiben (2.3 (5)). … mathematische Darstellungen zum Strukturieren von Informationen, zum Modellieren und zum Problemlösen auswählen und verwenden (2.4 (2)). … zwischen verschiedenen mathematischen Darstellungen wechseln (2.4 (3)). … Routineverfahren anwenden und miteinander kombinieren (2.4 (5)). … Hilfsmittel (z.B. Formelsammlung, Geodreieck und Zirkel, TR, Software) problemangemessen auswählen und einsetzen (2.4 (8)).

Umsetzung der prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen

Die Aufbereitung der mathematischen Themen ist so konzipiert, dass mit den inhaltsbezogenen Kompetenzen zu mathematischen Inhalten der Erwerb vielfältiger prozessbezogener Kompetenzen verknüpft ist, die sich auf den Lernprozess beziehen und über das Lernen von Mathematik hinausgehen. Eine umfassende mathematische Grundbildung wird durch das Zusammenspiel dieser beiden Typen von Kompetenzen angestrebt.

Die Kompetenzen sind so formuliert, dass sie, wie im Bildungsplan vorgesehen, eine Differenzierung nach Anforderungsbereichen noch zulassen.

Im Bildungsplan 2016 sind sowohl die prozessbezogenen als auch die Leitideen und somit die inhaltsbezogenen Kompetenzen in jeweils fünf Bereiche gegliedert. Diese fünf Bereiche sind getrennt nach prozessbezogenen Kompetenzen und Leitideen durchnummeriert; innerhalb eines jeden Bereiches werden die Kompetenzen aufgelistet und ebenfalls durchnummeriert. Diese Nummerierung ist hier beim Schulcurriculum bewusst weggelassen, um die Übersichtlichkeit nicht zu beeinträchtigen. Es ist gewährleistet, dass alle im Bildungsplan 2016 geforderten Kompetenzen im Schulcurriculum an geeigneter Stelle platziert sind.

Verbindliche Fachbegriffe sind in den Kompetenzformulierungen kursiv geschrieben.

1. Funktionaler Zusammenhang – mit Funktionen umgehen (Teil II) *(ca. 24 Std.)*

„Die Schülerinnen und Schüler lernen neue Funktionstypen (ganzrationale Funktion und Sinusfunktion) kennen und untersuchen diese auf charakteristische Eigenschaften. Sie vertiefen ihr Wissen über die Wirkung von Parametern auf Graphen. Sie beantworten inner- und außermathematische Fragestellungen mithilfe von Funktionen quantitativ. Die Bearbeitung komplexer, realitätsnaher Fragestellungen fördert dabei eine zunehmende Funktionenkompetenz. Inhaltliche Überlegungen, systematisches Ausprobieren und elektronische Hilfsmittel kommen bei Problemlösungsprozessen ebenso zum Einsatz wie kalkülhafte und algorithmische Verfahren.“

Die Schülerinnen und Schüler können …

Unterrichtseinheit mit inhaltsbezogenen Kompetenzen	**Bezüge zu prozessorientierten Kompetenzen und Leitperspektiven**
… **mit Funktionen umgehen** • Wh. Funktionstypen (lineare Funktion, quadratische Funktion, Potenz-, Exponential- und Wurzelfunktion); Definitionsmenge, Wertemenge (3.3.4 (2)). • die Wirkung von *Parametern* in Funktionstermen von *Potenz-, Exponential-* und *Wurzelfunktion* auf deren *Graphen* abbildungsgeometrisch als *Streckung, Spiegelung, Verschiebungen* deuten (3.3.4 (5)). • *Funktionen* auf ihr Verhalten für $\lvert x \rvert \to \infty$ („Globalverlauf“) und deren *Graphen* auf *Symmetrie* (zum Ursprung oder zur y-Achse) untersuchen (3.3.4 (10)). • *ganzrationale Funktionen* auf *Nullstellen* (auch mehrfache) untersuchen (3.3.4 (6)). • *Funktionsterme ganzrationaler Funktionen* mithilfe von *Nullstellen* in faktorisierter Form angeben (→ Satz vom Nullprodukt) (3.3.4 (7)).	
… (Strategien zum) Gleichungen lösen (Teil I) • Wh. bekannte Strategien zum Gleichungen lösen (Äquivalenzumformungen, Mitternachtsformel) • die Methode der *Substitution* zum Lösen von Gleichungen anwenden (3.3.1 (8)). • *Nullstellen* von *Funktionen* näherungsweise mithilfe digitaler Hilfsmittel bestimmen (3.3.1 (9)). • Wurzelgleichungen lösen, bei denen einmaliges Quadrieren zielführend ist (3.3.1 (4)).	… mit formalen Rechenstrategien (unter anderem Äquivalenzumformung von Gleichungen und Prinzip der Substitution) Probleme auf algebraischer Ebene bearbeiten (2.2.7).

2. Daten und Zufall *(ca. 24 Std.)*

„Die Schülerinnen und Schüler sind in der Lage, Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, insbesondere von Binomialverteilungen, zu bestimmen und ihre Bedeutung zu verstehen. Sie modellieren Situationen mithilfe der Binomialverteilung und können den Einfluss verschiedener Parameter beschreiben und Aufgaben lösen, in denen jeweils ein Parameter gesucht ist.“

Die Schülerinnen und Schüler können …

Unterrichtseinheit mit inhaltsbezogenen Kompetenzen	**Bezüge zu prozessorientierten Kompetenzen und Leitperspektiven**
… **mit Binomialverteilungen umgehen** • Wh. Ereignisse, Zufallsgröße, Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert • die Begriffe *Bernoulli-Experiment* und *Bernoulli-Kette* erläutern und *Bernoulli-Experimente* von anderen Zufallsexperimenten unterscheiden (3.3.5 (7)). • <u>Puffer:</u> Abzählverfahren • die *Formel von Bernoulli* und die Bedeutung der *Binomialkoeffizienten* erläutern (3.3.5 (8)) • Wahrscheinlichkeiten *binomialverteilter Zufallsgrößen* berechnen (3.3.5 (9)), insbesondere *kumulierte* Wahrscheinlichkeiten. • *Binomialverteilungen* in *Histogrammen* graphisch darstellen und die Wirkung der Parameter n, p und k beschreiben (3.3.5 (10)) und die graphische Darstellung einer *Binomialverteilung* interpretieren (3.3.5 (11)). • die Kenngrößen *Erwartungswert* und *Standardabweichung* einer *binomialverteilten Zufallsgröße* berechnen und ihren Zusammenhang am *Histogramm* erläutern (3.3.5 (13)). • bei *Binomialverteilungen* den jeweils fehlenden Parameter (n, p oder k) mit geeigneten Hilfsmitteln bestimmen (3.3.5 (12)).	… Taschenrechner und mathematische Software (Tabellenkalkulation, Dynamische Geometriesoftware) bedienen und zum Explorieren, Problemlösen und Modellieren einsetzen (2.4.9).

3. Funktionaler Zusammenhang – Grundidee der Differentialrechnung *(ca. 28 Std.)*

„Die Schülerinnen und Schüler arbeiten mit einem propädeutischen Grenzwertbegriff, sie beschreiben und interpretieren das Änderungsverhalten von Größen analytisch. Sie nutzen Ableitungen zur Bestimmung von momentanen Änderungsraten, zur Linearisierung sowie zur Untersuchung von Funktionen und deren Graphen. Sie beschreiben Zusammenhänge zwischen dem Graphen einer Funktion und dem ihrer Ableitungsfunktion.“

Die Schülerinnen und Schüler können …

Unterrichtseinheit mit inhaltsbezogenen Kompetenzen	**Bezüge zu prozessorientierten Kompetenzen und Leitperspektiven**
… **mit Ableitungen umgehen** • die *mittlere Änderungsrate* einer *Funktion* auf einem *Intervall (Differenzenquotient)*bestimmen und auch als *Sekantensteigung* interpretieren (3.3.4 (13)). • die *momentane Änderungsrate* als *Ableitung* an einer Stelle aus der mittleren *Änderungsrate* durch Grenzwertüberlegungen bestimmen (3.3.4 (14)). • die *Ableitung* an einer Stelle als *Tangentensteigung* interpretieren (3.3.4 (15)). • eine *Tangente* an einen Graphen als lineare Approximation einer Funktion nutzen (3.3.4 (17)) (→ grafisch ableiten). • die *Ableitungsfunktion* als funktionale Beschreibung der *Ableitung* an beliebigen Stellen erklären (3.3.4 (19)).	

• die *Regel für konstanten Faktor*, die *Potenzregel* sowie die *Summenregel* zum Ableiten von Funktionstermen anwenden (3.3.1 (13)). • die *Faktorregel* und die *Summenregel* anschaulich begründen (3.3.4 (20)). • die Gleichung der *Tangente* und der *Normale* in einem Kurvenpunkt aufstellen (3.3.4 (16)). • *Steigungswinkel* mithilfe der *Ableitung* berechnen (3.3.4 (18)) • die Definition für *Monotonie* angeben (3.3.4 (11)). • den Monotoniesatz erläutern und dessen Nichtumkehrbarkeit begründen (3.3.4 (21)). • die Eigenschaften von *Funktionen* und deren *Graphen* mithilfe von *Ableitungsfunktionen* (auch höheren Ableitungen) untersuchen *(Monotonie, Extrempunkte, Krümmungsverhalten, Wendepunkte)* (3.3.4 (22)) und den Unterschied zwischen lokalen und globalen *Maxima* beziehungsweise *Minima* erklären (3.3.4 (12)). • vom *Graphen* einer *Funktion* auf den *Graphen* ihrer *Ableitungsfunktion* schließen und umgekehrt (3.3.4 (23)).	… zu einem Satz die Umkehrung bilden (2.1.6). … zwischen Satz und Kehrsatz unterscheiden und den Unterschied an Beispielen erklären (2.1.7). … eine Vermutung anhand von Beispielen auf ihre Plausibilität prüfen oder anhand eines Gegenbeispiels widerlegen (2.1.2). … bei der Entwicklung und Prüfung von Vermutungen Hilfsmittel verwenden (zum Beispiel Taschenrechner, Computerprogramme) (2.1.3).

4. Analytische Geometrie – mit geometrischen Objekten umgehen *(ca. 28 Std.)*

„Die Schülerinnen und Schüler erfahren am Beispiel von Geraden im Raum, dass vektorielle Darstellungen dazu geeignet sind, räumliche Fragestellungen und Anwendungsprobleme zu bearbeiten. Sie nutzen den Betrag eines Vektors zur Berechnung von Längen in der Ebene und im Raum.“

Die Schülerinnen und Schüler können …

Unterrichtseinheit mit inhaltsbezogenen Kompetenzen	Bezüge zu prozessorientierten Kompetenzen und Leitperspektiven
… **mit Vektoren arbeiten und mit geometrischen Objekten umgehen** • *Punkte* in das *Schrägbild* eines *dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystems* eintragen (3.3.3 (9)). • *Vektoren* in Tupeldarstellung entsprechend ihrer Verwendung geometrisch als *Punkt* oder Verschiebung interpretieren (3.3.3 (8)). • Tupel addieren, mit *Skalaren* multiplizieren sowie Tupel in einfachen Fällen als *Linearkombination* anderer Tupel darstellen und die Operationen geometrisch deuten (3.3.1 (12)). • den *Mittelpunkt* einer *Strecke* berechnen (3.3.3 (10)). • den *Abstand* zweier *Punkte* bestimmen (3.3.2 (9)). • den *Betrag* eines *Vektors* berechnen und als *Länge* deuten (3.3.3 (10)). • *Vektoren* auf *Kollinearität* untersuchen (3.3.3 (11)). • Figuren - „Laufen“ im Raum; • *Geraden* und *Strecken* vektoriell mithilfe von *Parametergleichungen* beschreiben (3.3.3 (12)). • *Geraden* mithilfe von *Spurpunkten* im *Schrägbild* eines *dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystems* veranschaulichen (3.3.3 (15)). • die *Lagebeziehung* von *Geraden* untersuchen und gegebenenfalls den *Schnittpunkt* bestimmen (3.3.3 (13)) (→ LGS mit „eiserner Jungfrau“). • geradlinige Bewegungen vektoriell beschreiben (3.3.3 (14)).	… zu einer Situation passende mathematische Modelle (zum Beispiel arithmetische Operationen, geometrische Modelle, Terme und Gleichungen, stochastische Modelle) auswählen oder konstruieren (2.3.7).

5. Funktionaler Zusammenhang – mit Funktionen umgehen (Teil III) *(ca. 20 Std.)*

„Die Schülerinnen und Schüler lernen neue Funktionstypen (Sinusfunktion) kennen und untersuchen diese auf charakteristische Eigenschaften. Sie vertiefen ihr Wissen über die Wirkung von Parametern auf Graphen. Sie beantworten inner- und außermathematische Fragestellungen mithilfe von Funktionen quantitativ. Die Bearbeitung komplexer, realitätsnaher Fragestellungen fördert dabei eine zunehmende Funktionenkompetenz."

Die Schülerinnen und Schüler können …

Unterrichtseinheit mit inhaltsbezogenen Kompetenzen	**Bezüge zu prozessorientierten Kompetenzen und Leitperspektiven**
… **mit Funktionen umgehen** • *Winkelweiten* sowohl im *Grad-* als auch im *Bogenmaß* angeben und nutzen (3.3.2 (2)). • die Graphen trigonometrischer Funktionen f mit unter Verwendung charakteristischer Eigenschaften skizzieren und die Wirkung der Parameter a, b, c, d abbildungsgeometrisch als *Streckung, Spiegelung, Verschiebungen* deuten, auch $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\cos(x)$ (3.3.4 (8)). • die *Ableitungsfunktionen* der Funktionen f und g mit $f(x)=\sin(x)$ und $g(x)=\cos(x)$ angeben (3.3.1 (14)). • periodische Vorgänge mithilfe der *Sinusfunktion* beschreiben und interpretieren (3.3.4 (9)).	… eine Vermutung anhand von Beispielen auf ihre Plausibilität prüfen oder anhand eines Gegenbeispiels widerlegen (2.1.2). … bei der Entwicklung und Prüfung von Vermutungen Hilfsmittel verwenden (zum Beispiel Taschenrechner, Computerprogramme) (2.1.3). … Situationen vereinfachen (2.3.3). … die Beziehungen zwischen diesen Größen mithilfe von Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Figuren, Diagrammen, Tabellen oder Zufallsversuchen beschreiben (2.3.5). … die Ergebnisse aus einer mathematischen Modellierung in die Realität übersetzen (2.3.10). … die aus dem mathematischen Modell gewonnene Lösung in der jeweiligen Realsituation überprüfen (2.3.11).