

Umsetzung der prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen

Die Aufbereitung der mathematischen Themen ist so konzipiert, dass mit den inhaltsbezogenen Kompetenzen zu mathematischen Inhalten der Erwerb vielfältiger prozessbezogener Kompetenzen verknüpft ist, die sich auf den Lernprozess beziehen und über das Lernen von Mathematik hinausgehen. Eine umfassende mathematische Grundbildung wird durch das Zusammenspiel dieser beiden Typen von Kompetenzen angestrebt.

Die Kompetenzen sind so formuliert, dass sie, wie im Bildungsplan vorgesehen, eine Differenzierung nach Anforderungsbereichen zulassen.

Im Bildungsplan 2016 sind sowohl die prozessbezogenen als auch die Leitideen und somit die inhaltsbezogenen Kompetenzen in jeweils fünf Bereiche gegliedert. Diese fünf Bereiche sind getrennt nach prozessbezogenen Kompetenzen und Leitideen durchnummeriert; innerhalb eines jeden Bereiches werden die Kompetenzen aufgelistet und ebenfalls durchnummeriert. Diese Nummerierung ist hier beim Schulcurriculum bewusst weggelassen, um die Übersichtlichkeit nicht zu beeinträchtigen. Es ist gewährleistet, dass alle im Bildungsplan 2016 geforderten Kompetenzen im Schulcurriculum an geeigneter Stelle platziert sind. Verbindliche Fachbegriffe sind in den Kompetenzformulierungen kursiv geschrieben.

Hinweis:

- Der Mathematikunterricht aller Klassenstufen ist stets durch eine umfassende Kommunikation geprägt. Die Schülerinnen und Schüler werden dazu angehalten, eigene Überlegungen anzustellen, selbstständig Problembearbeitungen durchzuführen und ihre Erkenntnisse bzw. Lösungswege sowohl schriftlich zu dokumentieren als auch mündlich darzulegen. Dabei wird Wert auf die Verwendung geeigneter Fachbegriffe und der Fachsprache gelegt.
 - Dementsprechend verzichten wir auf eine separate Ausweisung der prozessbezogenen Kompetenzen im Bereich der Kommunikation.
- Das Leistungsfach geht quantitativ wie qualitativ über die Anforderungen des Basisfaches hinaus. So wird einerseits im Leistungsfach ein größerer Umfang an mathematischen Themen und Inhalten behandelt, aber andererseits auch ein erhöhter Komplexitäts-, Vertiefungs-, Präzisierungs- und Formalisierungsgrad erreicht. Der Unterricht im Leistungsfach fördert durch verstärktes wissenschaftspropädeutisches Vorgehen ein vertieftes Verständnis mathematischer Begriffe und Zusammenhänge und deren Verwendung für Argumentationen.

1. Funktionaler Zusammenhang – mit Funktionen umgehen

(ca. 45 Std.)

"Die Schülerinnen und Schüler lernen Funktionen kennen, die sich aus Verknüpfungen oder Verkettungen ergeben. Sie untersuchen Funktionen und ihre Graphen auf charakteristische Eigenschaften.

Im Bereich der Extremwertprobleme, der Bestimmung von Funktionstermen und der Untersuchung von Funktionenscharen findet die Differentialrechnung weitere Anwendung."

Unterrichtseinheit mit inhaltsbezogenen Kompetenzen	Bezüge zu prozessorientierten Kompetenzen und Leitperspektiven
 Wh. zur bisherigen Differentialrechnung: Differenzen-quotient, Änderungsrate (auch deren graphische Bestimmung), Tangente und Normale, Steigungswinkel Wh. Ganzrationale Funktionen und ihre Eigenschaften mit und ohne Ableitung Wh. Höhere Ableitungen, Krümmungsverhalten, Wendepunkte Tangente und Normale von einem äußeren Punkt 	

... mit zusammengesetzten Funktionen umgehen und weitere Ableitungsregeln anwenden

- Funktionen verketten und Verkettungen von Funktionen erkennen (3.4.4 (6)).
- die *Produkt* und *Kettenregel* zum Ableiten von Funktionstermen verwenden (3.4.1 (3)).
- Höhere Ableitungen, Krümmungsverhalten, Links-/Rechtskurve, Wendepunkte
- Kriterien für Extrem- und Wendepunkte
- Funktionsuntersuchung
- Graphen von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) untersuchen (3.4.4 (8)).

... die Differentialrechnung anwenden.

- Extremwertprobleme mit Nebenbedingungen lösen (3.4.4 (9)).
- bei Funktionenscharen einzelne Fragestellungen zu Eigenschaften ihrer Graphen oder zu Zusammenhängen zwischen den Graphen untersuchen (3.4.4 (11)).

weis der Linearität des Integrals, nutzen (3.4.4 (18)).

... zu einer Situation passende mathematische Modelle (zum Beispiel arithmetische Operationen, geometrische Modelle, Terme und Gleichungen, stochastische Modelle) auswählen oder konstruieren (2.3 (7)).

2. Funktionaler Zusammenhang - Integralrechnung

(ca. 40 Std.)

"Die Schülerinnen und Schüler ziehen Rückschlüsse vom Graphen der Änderungsrate auf den Bestand. Sie lernen mit dem Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung den Zusammenhang zwischen Ableitung und Integral kennen und nutzen ihn auch in Begründungszusammenhängen. Grundlegende Integrationsregeln werden angewendet. Sie lernen die Integralrechnung als wichtiges Hilfsmittel zur Flächen- und Volumenberechnung sowie zum Bestimmen von Mittelwerten kennen. Sie nutzen die Eigenschaft des Integrals auch für weitere Anwendungen - unter anderem in Naturwissenschaften und Technik.

Die Schülerinnen und Schüler können ...

Unterrichtseinheit mit inhaltsbezogenen Kompetenzen Bezüge zu prozessorientierten Kompetenzen und Leitperspektiven ... die Grundidee der Integralrechnung verstehen und mit Integralen umgehen ... in mathematischen Zusammenhängen Vermuden Wert des bestimmten Integrals als orientierten Flätungen entwickeln und als mathematische Aussage cheninhalt und als Bestandsveränderung erklären (3.4.4 formulieren (2.1 (1)). (12)).... zwischen Satz und Kehrsatz unterscheiden und • Funktionen aus ihren Änderungsraten rekonstruieren den Unterschied an Beispielen erklären (2.1 (7)). ... beim Erläutern und Begründen unterschiedliche (3.4.4(13)).Darstellungsformen verwenden (verbal, zeichne-• den Bestand aus Anfangsbestand und Änderungsraten risch, tabellarisch, formalisiert) (2.1 (9)). bestimmen (3.4.4 (14)). ... Beweise nachvollziehen und wiedergeben (2.1 das bestimme Integral als Grenzwert einer Summe erläu-(10)).tern und geometrisch deuten (3.4.2 (7)). ... ausgehend von einer Begründungsbasis durch den Inhalt des Hauptsatzes der Differential- und Integralzulässige Schlussfolgerungen eine mehrschrittige Argumentationskette aufbauen (2.1 (12)). rechnung angeben (3.4.4 (15)). die Begriffe Integralfunktion und Stammfunktion gegeneinander abgrenzen (3.4.4 (16)). vom *Graphen* der *Funktion* auf den *Graphen einer* Stammfunktion schließen und umgekehrt (3.4.4 (17)). den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung in Begründungszusammenhängen, zum Beispiel zum Nach-

• die Linearität des Integrals anschaulich begründen und rechenökonomisch nutzen (3.4.4 (19)).

... Integrationsregeln verwenden und Integrale berechnen

- die Potenzregel, die Regel für konstanten Faktor, die Summenregel sowie das Verfahren der linearen Substitution für die Bestimmung einer Stammfunktion verwenden (3.4.1 (5)).
- Stammfunktionsterme zu den Funktionstermen sin(x), cos(x) [...] angeben (3.4.1 (6)).
- den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung zur Berechnung von bestimmten Integralen nutzen (3.4.1 (7)).
- uneigentliche Integrale untersuchen (3.4.1 (8)).

... das Integral nutzen

den Mittelwert einer Funktion auf einem Intervall berechnen (3.4.2 (8)).

- Flächeninhalte zwischen Graph und x-Achse und zwischen zwei Graphen bestimmen (3.4.2 (9)).
- das *Volumen* von Körpern berechnen, die durch Rotation von Flächen um die x-Achse entstehen (3.4.2 (10)).

- ... Informationen aus den gegebenen Texten, Bildern und Diagrammen entnehmen und auf ihre Bedeutung für die Problemlösung bewerten (2.2 (2)).
- ... das Problem auf Bekanntes zurückführen oder Analogien herstellen (2.2 (11)).
- ... wesentliche Informationen entnehmen und strukturieren (2.3 (1)).
- ... rechnen, mathematische Algorithmen oder Konstruktionen ausführen (2.3 (9)).
- ... die Ergebnisse aus einer mathematischen Modellierung in die Realität übersetzen (2.3 (10)).
- ... durch Verwendung verschiedener Darstellungen (informative Figur, verbale Beschreibung, Tabelle, Graph, symbolische Darstellung, Koordinaten) das Problem durchdringen oder umformulieren (2.2 (3)).
- ... das Problem durch Zerlegen in Teilprobleme oder das Einführen von Hilfsgrößen oder Hilfslinien vereinfachen (2.2 (6)).
- ... zwischen natürlicher Sprache und symbolischformaler Sprache der Mathematik wechseln (2.4 (1)).
- ... Berechnungen ausführen (2.4 (4)).
- ... Routineverfahren anwenden und miteinander kombinieren (2.4 (5)).
- ... Ergebnisse und die Eignung des Verfahrens kritisch prüfen (2.4 (7)).

Die Schülerinnen und Schüler entwickeln ihr räumliches Vorstellungsvermögen weiter. Sie koordinatisieren geometrische Sachverhalte und verwenden vektorielle Darstellungen zur Beschreibung von Objekten in Ebene und Raum. Sie nutzen den Vektorkalkül zur Bearbeitung geometrischer Fragestellungen und zum Beweisen geometrischer Sachverhalte.

Die Schülerinnen und Schüler lernen ein algorithmisches Verfahren zur Lösung eines linearen Gleichungssystems kennen und verwenden."

Die Schülerinnen und Schüler können ...

Geraden- und Ebenenscharen untersuchen

Unterrichtseinheit mit inhaltsbezogenen Kompetenzen Bezüge zu prozessorientierten Kompetenzen und Leitperspektiven ... den Gauß-Algorithmus verwenden ... Sonderfälle oder Verallgemeinerungen untersudas Gaußverfahren zum Lösen eines linearen Gleichungschen (2.2 (10)). systems als ein Beispiel für ein algorithmisches Verfahren ... Routineverfahren anwenden und miteinander erläutern (3.4.1 (11)) (auch mit Parameter auf der rechkombinieren (2.4 (5)). ten Seite). ... Algorithmen reflektiert anwenden (2.4 (6)). das Gaußverfahren, auch in Matrixschreibweise, zum Lösen eines linearen Gleichungssystems durchführen (3.4.1 die Lösungsmenge eines *linearen 3x3 Gleichungssystems* geometrisch interpretieren (3.4.1 (13)). → LGS mit genau einer, keiner und unendlich vielen Lösungen ... Vektorielle Darstellungen zur Beschreibung des Anschauungsraumes verwenden Wh. Vektoren, Linearkombination, Kollinearität, Mittelpunkt einer Strecke, Abstand zweier Punkte, Länge von Vektoren • Wh. Geraden und ihre Lagebeziehungen, ggf. Berechnung des Schnittpunkts Ebenen mithilfe einer Parameterdarstellung, einer Koordinatengleichung und einer Normalengleichung analytisch beschreiben (3.4.3 (4)). das Skalarprodukt und das Vektorprodukt geometrisch deuten (3.4.3 (1)). ... zwischen natürlicher Sprache und symbolischdas Skalarprodukt berechnen, geometrisch interpretieformaler Sprache der Mathematik wechseln (2.4 ren und bei Berechnungen nutzen (3.4.1 (9)). ... mathematische Darstellungen zum Strukturieren die Orthogonalität zweier Vektoren mithilfe von Informationen, zum Modellieren und zum des Skalarprodukts überprüfen (3.4.2 (1)). Problemlösen auswählen und verwenden (2.4 (2)). das Vektorprodukt berechnen, geometrisch interpretie-... zwischen verschiedenen mathematischen Darren und bei Berechnungen nutzen (3.4.1 (10)). stellungen wechseln (2.4 (3)). einen gemeinsamen orthogonalen Vektor zu ... Berechnungen ausführen (2.4 (4)). zwei Vektoren bestimmen (3.4.3 (2)). ... Routineverfahren anwenden und miteinander kombinieren (2.4 (5)). eine Parameterdarstellung einer Ebene in ei-... Hilfsmittel (zum Beispiel Formelsammlung, Geone Normalengleichung und in eine Koordinatengleidreieck und Zirkel, Taschenrechner, Software) chung umrechnen (3.4.3 (5)). problemangemessen (2.4 (8)). Ebenen mithilfe von Spurpunkten und Spurgeraden im Schrägbild eines Koordinatensystems veranschaulichen ((3.4.3 (3)). zwischen Gerade – Ebene und Ebene – Ebene die Lagebeziehung untersuchen sowie gegebenenfalls die Schnittgebilde rechnerisch bestimmen (3.4.3 (6)).

4. Daten und Zufall – Binomialverteilung, Hypothesentests

"Die Schülerinnen und Schüler erhalten einen Einblick in die Methoden der beurteilenden Statistik, indem sie sich mit dem Testen von Hypothesen und mit der Interpretation von statistischen Aussagen kritisch auseinandersetzen. Hierdurch lernen sie die Arbeitsweise empirischer Wissenschaften kennen und erfahren, wie man valide statistische Aussagen treffen kann.

Sie benutzen digitale Hilfsmittel beim Umgang mit diskreten Verteilungen."

Die Schülerinnen und Schüler können ...

Unterrichtseinheit mit inhaltsbezogenen Kompetenzen	Bezüge zu prozessorientierten
	Kompetenzen und Leitperspek- tiven
 Wahrscheinlichkeiten verstehen und mit Wahrscheinlichkeiten rechnen Wh. Kombinatorische Überlegungen zur Bestimmung von Anzahlen Wh. Berechnung von Wahrscheinlichkeiten mit Baumdiagrammen, Vierfeldertafeln, kombinatorischen Überlegungen Wh. Wahrscheinlichkeitsverteilung, diskrete Zufallsgröße, Unabhängigkeit, Erwartungswert, faires Spiel Wh. Bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit 	zwischen verschiedenen mathematischen Darstellungen wechseln (2.4 (3)) zwischen natürlicher Sprache und symbolisch-formaler Sprache der Mathematik wechseln (2.4 (1)).
 mit Binomialverteilungen umgehen Wh. Binomialverteilung (Bernoulli-Experiment/-Kette, Formel von Bernoulli, Binomialkoeffizienten, kumulierte Wahrscheinlichkeit) Wh. Binomialverteilungen in Histogrammen (graphisch darstellen, Wirkung der Parameter n, p und k beschreiben, Erwartungswert, Standardabweichung) Problemlösen mit der Binomialverteilung: bei Binomialverteilungen den jeweils fehlenden Parameter (n, p oder k) mit geeigneten Hilfsmitteln bestimmen 	Taschenrechner und mathematische Software (Tabellenkalkulation, Dynami- sche Geometriesoftware) bedienen und zum Explorieren, Problemlösen und Modellieren einsetzen (2.4 (9)).
 Hypothesen bei binomialverteilten Zufallsgrößen testen das Argumentationsmuster erläutern, das dem Testen von Hypothesen zugrunde liegt (3.4.5 (1)). eine Nullhypothese so formulieren, dass sie der Zielsetzung des Tests entspricht (3.4.5 (2)). Ablehnungsbereich und Irrtumswahrscheinlichkeit an einem Histogramm erläutern (3.4.5 (3)). ein- und zweiseitige Hypothesentests durchführen und den Ablehnungsbereich, die Entscheidungsregel und die Irrtumswahrscheinlichkeit angeben (3.4.5 (4)). Signifikanzniveau und Irrtumswahrscheinlichkeit gegeneinander abgrenzen (3.4.5 (5)). Fehler erster und zweiter Art im Kontext eines Hypothesentests erläutern (3.4.5 (6)). den Einfluss des Stichprobenumfangs auf die Wahrscheinlichkeiten für den Fehler erster Art (das Risiko erster Art) und für den Fehler zweiter Art (das Risiko zweiter Art) angeben (3.4.5 (7)). 	Situationen vereinfachen (2.3 (3)) zu einer Situation passende mathematische Modelle (zum Beispiel arithmetische Operationen, geometrische Modelle, Terme und Gleichungen, stochastische Modelle) auswählen oder konstruieren (2.3 (7)) Hilfsmittel verwenden (2.3 (8)) zwischen verschiedenen mathematischen Darstellungen wechseln (2.4 (3)) Hilfsmittel (zum Beispiel Formelsammlung, Geodreieck und Zirkel, Taschenrechner, Software) problemangemessen auswählen und einsetzen (2.4 (8)) Taschenrechner und mathematische Software (Tabellenkalkulation, Dynamische Geometriesoftware) bedienen und zum Explorieren, Problemlösen und Modellieren einsetzen (2.4 (9)) Äußerungen und Informationen anahseinen und beurteilen (2.5 (8))

lysieren und beurteilen (2.5.(8)).

	in mathematischen Zusammenhängen Vermutungen entwickeln und als mathematische Aussage formulieren (2.1 (1)) bei der Entwicklung und Prüfung von Vermutungen Hilfsmittel verwenden (zum Beispiel Taschenrechner, Computerprogramme) (2.1 (3)).
--	---

5. Funktionaler Zusammenhang – mit Funktionen umgehen

(ca. 25 Std.)

Wiederholung der Quadratwurzelfunktion – Wiederholung ganzrationaler Funktionen – Steckbriefaufgaben; gebrochenrationale Funktionen Wiederholung trigonometrischer Funktionen

Unterrichtseinheit mit inhaltsbezogenen Kompetenzen	Bezüge zu prozessorientierten Kompeten- zen und Leitperspektiven
Funktionen untersuchen	
Wh. Quadratwurzelfunktion und deren Ableitung – Definiti- ons- und Wertemenge	zu einer Situation passende mathematische Model- le (zum Beispiel arithmetische Operationen, geomet- rische Modelle, Terme und Gleichungen, stochasti-
 ganzrationale Funktionen Wh. Ganzrationale Funktionen und deren Ableitung (Nullstellen, Symmetrie zum Ursprung und zur y-Achse, Verhalten für x → ∞) einen Funktionsterm zu gegebenen Eigenschaften eines Graphen ermitteln (3.4.4 (10)) ("Steckbriefaufgaben") 	sche Modelle) auswählen oder konstruieren (2.3 (7)).
 gebrochenrationale Funktionen Gebrochenrationale Funktionen – Nullstellen, Definitionslücken, senkrechte Asymptoten, Verhalten für x → ±∞ gebrochenrationale Funktionen durch Verbindung der Ableitungsregeln in einfachen Fällen ableiten (zum Beispiel f(x) = 2/(3x²-4), nicht jedoch f(x) = x/(3x²-4)) (3.4.1 (4)). 	
 Untersuchung zusammengesetzter Funktionen: Summen, Differenzen, einfache Produkte, einfache Quotienten und Verkettungen. 	
 die Graphen von Funktionen in einfachen Fällen auf waag- rechte und senkrechte Asymptoten und Nullstellen untersu- chen, deren Funktionsterm als Quotient zuvor behandelter Funktionstypen gebildet werden kann (3.4.4 (7)). 	
Nachweis von Symmetrie zum Ursprung und zur y-Achse	
 Umkehrfunktion (Definitions- und Wertemenge, Graphen, Ermittlung des Funktionsterms) 	

- trigonometrischen Funktionen
 - Winkelweiten sowohl im Grad- als auch im Bogenmaß angeben und nutzen
 - die Graphen trigonometrischer Funktionen f mit unter Verwendung charakteristischer Eigenschaften skizzieren und die Wirkung der Parameter a, b, c, d abbildungsgeometrisch als Streckung, Spiegelung, Verschiebungen deuten, auch $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\cos(x)$
 - die Ableitungsfunktionen der Funktionen f und g mit $f(x) = \sin(x)$ und $g(x) = \cos(x)$ angeben
 - [...] das Verfahren der *linearen Substitution* für die Bestimmung einer *Stammfunktion* verwenden (3.4.1(5)).
 - periodische Vorgänge mithilfe der Sinusfunktion beschreiben und interpretieren
- ein iteratives Verfahren zur n\u00e4herungsweisen Bestimmung von Nullstellen begr\u00fcnden und durchf\u00fchren (3.4.1 (2)) (evtl. nach dem Abitur)

- ... bei der Entwicklung und Prüfung von Vermutungen Hilfsmittel verwenden (zum Beispiel Taschenrechner, Computerprogramme) (2.1 (3)).
- ... Situationen vereinfachen (2.3 (3)).
- ... die Beziehungen zwischen diesen Größen mithilfe von Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Figuren, Diagrammen, Tabellen oder Zufallsversuchen beschreiben (2.3 (5)).
- ... die Ergebnisse aus einer mathematischen Modellierung in die Realität übersetzen (2.3 (10)).
- ... die aus dem mathematischen Modell gewonnene Lösung in der jeweiligen Realsituation überprüfen (2.3 (11)).
- ... das Problem durch Zerlegen in Teilprobleme oder das Einführen von Hilfsgrößen oder Hilfslinien vereinfachen (2.2 (6)).
- ... Routineverfahren anwenden und miteinander kombinieren (2.4.(5)).
- ... Algorithmen reflektiert anwenden (2.4 (6)).
- ... Ergebnisse und die Eignung des Verfahrens kritisch prüfen (2.4.(7)).

Mathematik

Curriculum Jg 12 Leistungsfach

Umsetzung der prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen

Die Aufbereitung der mathematischen Themen ist so konzipiert, dass mit den inhaltsbezogenen Kompetenzen zu mathematischen Inhalten der Erwerb vielfältiger prozessbezogener Kompetenzen verknüpft ist, die sich auf den Lernprozess beziehen und über das Lernen von Mathematik hinausgehen. Eine umfassende mathematische Grundbildung wird durch das Zusammenspiel dieser beiden Typen von Kompetenzen angestrebt.

Die Kompetenzen sind so formuliert, dass sie, wie im Bildungsplan vorgesehen, eine Differenzierung nach Anforderungsbereichen noch zulassen.

Im Bildungsplan 2016 sind sowohl die prozessbezogenen als auch die Leitideen und somit die inhaltsbezogenen Kompetenzen in jeweils fünf Bereiche gegliedert. Diese fünf Bereiche sind getrennt nach prozessbezogenen Kompetenzen und Leitideen durchnummeriert; innerhalb eines jeden Bereiches werden die Kompetenzen aufgelistet und ebenfalls durchnummeriert. Diese Nummerierung ist hier beim Schulcurriculum bewusst weggelassen, um die Übersichtlichkeit nicht zu beeinträchtigen. Es ist gewährleistet, dass alle im Bildungsplan 2016 geforderten Kompetenzen im Schulcurriculum an geeigneter Stelle platziert sind. Verbindliche Fachbegriffe sind in den Kompetenzformulierungen kursiv geschrieben.

Hinweis:

- Der Mathematikunterricht aller Klassenstufen ist stets durch eine umfassende Kommunikation geprägt. Die Schülerinnen und Schüler werden dazu angehalten, eigene Überlegungen anzustellen, selbstständig Problembearbeitungen durchzuführen und ihre Erkenntnisse bzw. Lösungswege sowohl schriftlich zu dokumentieren als auch mündlich darzulegen. Dabei wird Wert auf die Verwendung geeigneter Fachbegriffe und der Fachsprache gelegt.
 - Dementsprechend verzichten wir auf eine separate Ausweisung der prozessbezogenen Kompetenzen im Bereich der Kommunikation.
- Das Leistungsfach geht quantitativ wie qualitativ über die Anforderungen des Basisfaches hinaus. So wird einerseits im Leistungsfach ein größerer Umfang an mathematischen Themen und Inhalten behandelt, aber andererseits auch ein erhöhter Komplexitäts-, Vertiefungs-, Präzisierungs- und Formalisierungsgrad erreicht. Der Unterricht im Leistungsfach fördert durch verstärktes wissenschaftspropädeutisches Vorgehen ein vertieftes Verständnis mathematischer Begriffe und Zusammenhänge und deren Verwendung für Argumentationen.

1. Funktionaler Zusammenhang – mit Funktionen umgehen *Std.*)

(ca. 35

Wiederholung der trigonometrischen Funktionen

"Die Schülerinnen und Schüler lernen die natürliche Exponential- und Logarithmusfunktion kennen und untersuchen die Funktionen und ihre Graphen auf charakteristische Eigenschaften."

Unterrichtseinheit mit inhaltsbezogenen Kompetenzen	Bezüge zu prozessorientierten Kompetenzen und Leitperspektiven
 mit trigonometrischen Funktionen umgehen Winkelweiten sowohl im Grad- als auch im Bogenmaß angeben und nutzen die Graphen trigonometrischer Funktionen f mit unter Verwendung charakteristischer Eigenschaften skizzieren und die Wirkung der Parameter a, b, c, d abbildungsgeometrisch als Streckung, Spiegelung, Verschiebungen deuten, auch sin (x + π/2) = cos(x) 	bei der Entwicklung und Prüfung von Vermutungen Hilfsmittel verwenden (zum Beispiel Taschenrechner, Computerprogramme) (2.1 (3)). Situationen vereinfachen (2.3 (3)). die Beziehungen zwischen diesen Größen mithilfe von Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Figuren, Diagrammen, Tabellen oder Zufallsversuchen beschreiben (2.3 (5)). die Ergebnisse aus einer mathematischen Modellierung in die Realität übersetzen (2.3 (10)).

- die Ableitungsfunktionen der Funktionen f und g mit $f(x) = \sin(x)$ und $g(x) = \cos(x)$ angeben, auch bei Produkten und verketteten Funktion (3.4.1 (3)).
- Stammfunktionsterme zu den Funktionstermen sin(x), cos(x) [...] angeben (3.4.1 (6)).
- [...] das Verfahren der *linearen Substitution* für die Bestimmung einer *Stammfunktion* verwenden (3.4.1(5)).
- periodische Vorgänge mithilfe der Sinusfunktion beschreiben und interpretieren

... mit der natürlichen Exponential- und Logarithmusfunktion umgehen

- Wh. Exponentialfunktion und Logarithmen
- die eulersche Zahl e näherungsweise bestimmen (3.4.1
 (1)) (evtl. nach dem Abitur)
- die besondere Bedeutung der Basis
 e bei Exponentialfunktionen erläutern (3.4.4 (1)).
- die Graphen der natürlichen Exponential- und Logarithmusfunktion unter Verwendung charakteristischer Eigenschaften skizzieren und die Beziehung zwischen den Graphen beschreiben (3.4.4 (2)).
- charakteristische Eigenschaften der Funktion f mit $f(x) = e^x$ beschreiben (3.4.4 (3)).
- Auswirkungen von Parametern auf den Graphen der e-Funktion beschreiben.
- die Ableitungsfunktion und eine Stammfunktion der Funktion f mit $f(x) = e^x$ angeben (3.4.4 (4)), auch bei Produkten und verketteten Funktion (3.4.1 (3)).
- die Ableitungsfunktion der Funktion f mit $f(x) = \ln(x)$ angeben (3.4.4 (5)), auch bei Produkten und verketteten Funktion (3.4.1 (3)).
- Stammfunktionsterme zu den Funktionstermen [...] e^x , $\frac{1}{x}$ angeben (3.4.1 (6)).
- Die In-Funktion als Umkehrfunktion der e-Funktion nutzen.
- [...] das Verfahren der *linearen Substitution* für die Bestimmung einer *Stammfunktion* verwenden (3.4.1(5))..
- Graphen von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) untersuchen (3.4.4 (8)).
- bei Funktionenscharen einzelne Fragestellungen zu Eigenschaften ihrer Graphen oder zu Zusammenhängen zwischen den Graphen untersuchen (3.4.4 (11)).
- (Bestimmung von) Exponentialfunktionen im Sachzusammenhang

... die aus dem mathematischen Modell gewonnene Lösung in der jeweiligen Realsituation überprüfen (2.3 (11)).

2. Analytische Geometrie

(ca. 45 Std.)

"Die Schülerinnen und Schüler berechnen mit den Methoden der analytischen Geometrie Abstände und Winkelweiten zwischen geometrischen Objekten in der Ebene und im Raum. Sie nutzen hierfür das Skalar- oder Vektorprodukt zweier Vektoren und ermitteln damit auch Flächen- und Rauminhalte.

Sie nutzen den Vektorkalkül zur Bearbeitung geometrischer Fragestellungen und zum Beweisen geometrischer Sachverhalte."

Unterrichtseinheit mit inhaltsbezogenen Kompetenzen

Bezüge zu prozessorientierten Kompetenzen und Leitperspektiven

... Winkelweiten, Abstände und Flächeninhalte in kartesischen Koordinatensystemen berechnen

- Wh. Betrag eines Vektors, Abstand zweier Punkte, Einheitsvektor, Skalarprodukt
- Wh. Normalenvektor, Umformen von Ebenengleichungen, Lagebeziehungen
- die Hesse'sche Normalenform einer Ebenengleichung zur Berechnung des Abstands eines Punktes zu einer Ebene anwenden (3.4.2 (4)).
- Abstände zwischen den geometrischen Objekten Punkt, Gerade und Ebene (auch zwischen windschiefen Geraden) ermitteln (3.4.2 (5)).
- Winkelweiten mithilfe des Skalarprodukts bestimmen (3.4.2 (2)).
- Schnittwinkel zwischen geometrischen Objekten (Geraden und Ebenen) bestimmen (3.4.2 (3)).
- das Vektorprodukt zum Ermitteln von Flächeninhalten anwenden (3.4.2 (6)).
- Problemstellungen, wie zum Beispiel Spiegelung eines Punktes an einer Ebene, Spiegelung einer Geraden an einem Punkt, Flächeninhalts- und Volumenberechnungen sowie Untersuchungen geradliniger Bewegungen, im Raum bearbeiten (3.4.3 (7)).

- ... Berechnungen ausführen (2.4 (4)).
- ... Routineverfahren anwenden und miteinander kombinieren (2.4 (5)).
- ... Algorithmen reflektiert anwenden (2.4 (6)).
- ... Hilfsmittel (zum Beispiel Formelsammlung, Geodreieck und Zirkel, Taschenrechner, Software) problemangemessen auswählen und einsetzen (2.4.(8)).
- ... das Problem mit eigenen Worten beschreiben (2.2 (1)).
- ... Informationen aus den gegebenen Texten, Bildern und Diagrammen entnehmen und auf ihre Bedeutung für die Problemlösung bewerten (2.2 (2)).
- ... durch Verwendung verschiedener Darstellungen (informative Figur, verbale Beschreibung, Tabelle, Graph, symbolische Darstellung, Koordinaten) das Problem durchdringen oder umformulieren (2.2 (3)).
- ... wesentliche Informationen entnehmen und strukturieren (2.3 (1)).
- ... ergänzende Informationen beschaffen und dazu Informationsquellen nutzen (2.3 (2)).
- ... Situationen vereinfachen (2.3 (3)).
- ... relevante Größen und ihre Beziehungen identifizieren (2.3 (4)).
- ... Grundvorstellungen zu mathematischen Operationen nutzen und die Eignung mathematischer Verfahren einschätzen (2.3 (6)).
- ... zu einer Situation passende mathematische Modelle (zum Beispiel arithmetische Operationen, geometrische Modelle, Terme und Gleichungen, stochastische Modelle) auswählen oder konstruieren (2.3 (7)).
- ... zwischen natürlicher Sprache und symbolischformaler Sprache der Mathematik wechseln (2.4 (1)).
- ... mathematische Darstellungen zum Strukturieren von Informationen, zum Modellieren und zum Problemlösen auswählen und verwenden (2.4 (2)).
- ... zwischen verschiedenen mathematischen Darstellungen wechseln (2.4 (3)).
- ... Berechnungen ausführen (2.4 (4)).
- ... Routineverfahren anwenden und miteinander kombinieren (2.4 (5)).

 einfache mathematische Aussagen und Sätze beweisen, wie zum Beispiel "In einem Trapez ist die Mittellinie parallel zu den Grundseiten", "Die Seitenmitten eines räumlichen Vierecks bilden die Eckpunkte eines Parallelogramms", "In einer Raute sind die Diagonalen zueinander orthogonal", Satz des Thales (3.4.3 (8)). (evtl. nach dem Abitur)

- ... Hilfsmittel (zum Beispiel Formelsammlung, Geodreieck und Zirkel, Taschenrechner, Software) problemangemessen auswählen und einsetzen (2.4 (8)).
- ... in mathematischen Zusammenhängen Vermutungen entwickeln und als mathematische Aussage formulieren (2.1 (1)).
- ... eine Vermutung anhand von Beispielen auf ihre Plausibilität prüfen oder anhand eines Gegenbeispiels widerlegen (2.1 (2)).
- ... in einer mathematischen Aussage zwischen Voraussetzung und Behauptung unterscheiden (2.1 (4)).
- ... eine mathematische Aussage in einer standardisierten Form (zum Beispiel Wenn-Dann) formulieren (2.1 (5)).
- ... zu einem Satz die Umkehrung bilden (2.1 (6)).
- ... mathematische Verfahren und ihre Vorgehensweisen erläutern und begründen (2.1 (8)).
- ... Beweise nachvollziehen und wiedergeben (2.1 (10)).
- ... bei mathematischen Beweisen die Argumentation auf die zugrunde liegende Begründungsbasis zurückführen (2.1 (11)).
- ... ausgehend von einer Begründungsbasis durch zulässige Schlussfolgerungen eine mehrschrittige Argumentationskette aufbauen (2.1 (12)).
- ... Beziehungen zwischen mathematischen Sätzen aufzeigen (2.1 (14)).
- ... mathematische Einsichten und Lösungswege schriftlich dokumentieren oder mündlich darstellen und erläutern (2.5 (1)).
- ... ihre Ergebnisse strukturiert präsentieren (2.5 (2)).
- ... eigene Überlegungen in kurzen Beiträgen sowie selbstständige Problembearbeitungen in Vorträgen verständlich darstellen (2.5 (3)).

3. Daten und Zufall - Normalverteilung

(ca. 20 Std.)

"Die Schülerinnen und Schüler benutzen digitale Hilfsmittel beim Umgang mit diskreten und stetigen Verteilungen. Im Kontext der Untersuchung normalverteilter Zufallsgrößen nutzen sie ihre in der Analysis gewonnenen Kompetenzen."

Unterrichtseinheit mit inhaltsbezogenen Kompetenzen	Bezüge zu prozessorientierten Kompeten- zen und Leitperspektiven
Wh. Binomialverteilung, Hypothesentests	
 mit Normalverteilungen umgehen den Unterschied zwischen diskreten und stetigen Zufallsgrößen erläutern (3.4.5 (8)). die Dichtefunktion einer normalverteilten Zufallsgröße mithilfe von Erwartungswert und Standardabweichung angeben und die zugehörige Glockenkurve skizzieren 3.4.5 (9)). 	wesentliche Informationen entnehmen und strukturieren (2.3 (1)) relevante Größen und ihre Beziehungen identifizieren (2.3 (4)) die Beziehungen zwischen diesen Größen mithilfe von Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Figuren, Diagrammen, Tabellen oder Zufallsversu-

 stochastische Situationen untersuchen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen gehören, und Wahrscheinlichkeiten berechnen 3.4.5 (10)). chen beschreiben (2.3 (5)).

... zu einer Situation passende mathematische Modelle (zum Beispiel arithmetische Operationen, geometrische Modelle, Terme und Gleichungen, stochastische Modelle) auswählen oder konstruieren (2.3 (7)).

- → Vorbereitung auf das Abitur
- → evtl. Vorbereitung auf das mündliche Abitur